Ralf Steinmann

DOI: 10.1002/stab.201810020

Zur Mechanik des äquivalenten T-Stummels

Das Modell des „äquivalenten T-Stummels" ist ein anerkanntes Verfahren zur Beurteilung der Tragfähigkeit geschraubter Plattenverbindungen. In DIN EN 1993-1-8 wird diese Methode als Standard vorgegeben. Die dort angegebenen Formeln für die Berechnung der effektiven Länge beruhen auf der Auswertung umfangreicher Versuchsergebnisse und ergänzender FE-Berechnungen. Ein schlüssiges mechanisches Modell fehlt bis heute. Im Folgenden wird nun ein solches mechanisches Modell vorgestellt, welches es erlaubt, auf der Basis der Fließlinientheorie die effektive Länge von Fließlinien für unterschiedliche Versagensmuster auf einfache Weise zu berechnen.

Stichworte: Stirnplattenverbindung; Versagensmuster; äquivalenter T-Stummel; Fließlinien; effektive Länge

To the mechanics of the equivalent T-stub. *The "equivalent T-stub" model is a recognized method of assessing the load bearing capacity of bolted end-plate connections. In DIN EN 1993-1-8 this method is specified as standard. The formulas given there for calculating the effective length are based on the evaluation of a large number of test results and supplementary FE calculations. A conclusive mechanical model is still missing. In the following, such a mechanical model will be presented, which allows to easily calculate the total effective length of yield lines for different collapse patterns on the basis of the plastic hinge line theory.*

Keywords: *end plate connection; collapse mechanism; equivalent T-stub; yield lines; effective length*

1 Allgemeines aktueller Stand

Die Tragfähigkeitsberechnung von Stirnplattenverbindungen auf der Basis von Fließlinien hat eine lange Tradition. Eine erste ausführliche Untersuchung solcher Verbindungen wurde von *Zoetemeijer* [1] veröffentlicht. *Zoetemeijer* stellte die Gleichgewichtsbedingungen am Fließmuster mit dem Prinzip der virtuellen Verrückung (PdvV) auf. Die geometrischen Zusammenhänge zwischen den virtuellen Verdrehungen entlang der Fließlinien und der äußeren virtuellen Verformung des T-Stummels stellten sich als dermaßen umfangreich heraus, dass dieser Ansatz als Ingenieurmethode ungeeignet erschien und später nicht wieder aufgegriffen wurde. Die nachfolgenden Arbeiten reduzierten die Modellierung auf balkenartige Modelle, in denen Anpassungen von Hebelarmen und Bewertungsfaktoren für verschiedene Fließmodelle auf empirischer Basis vorgenommen wurden, was zum „äquivalenten T-Stummel" führte. Bereits 1978 wurde mit dem DASt-Ringbuch [2] ein mit dem äquivalenten T-Stummel-Modell vergleichbares Rechenmodell zum Nachweis der Tragfähigkeit angewandt. Die Kalibrierung an Versuchsergebnissen führte zu empirisch festgelegten Formeln für die Bestimmung der Hebelarme. Mit den Arbeiten am Eurocode wurde dieser Ansatz aufgegriffen und den Anforderungen geänderter Normungsgrundlagen angepasst. Eine Vielzahl von Versuchen und numerischen Berechnungen wurde durchgeführt. Verschiedene Arbeiten wurden dazu veröffentlicht ([3], [4], [5], [6] und [7]). Bild 1 zeigt das Ergebnis eines Versuches und das auf dieser Basis entwickelte Diagramm nach [4] zur Bestimmung der effektiven Länge für unterschiedliche geometrische Konstellationen. Ein mit dem Ansatz von *Zoetemeijer* vergleichbares Rechenmodell zur Berechnung von Fließmustern auf Basis des PdvV wurde in keiner der Arbeiten verfolgt. Vielmehr konzentrierte man sich darauf, empirische Grundlagen für die in DIN EN 1993-1-8 [8] schlussendlich eingefügten Formeln zur Ermittlung der effektiven Länge zu schaffen.

Im Folgenden wird nun eine Methode vorgestellt, welche den Ansatz von *Zoetemeijer* mithilfe des PdvV aufgreift und eine einfache, schlüssige Berechnung der effektiven Fließlinienlänge ermöglicht.

2 Versagensform und Fließmuster

Bild 2 zeigt das Verformungsbild des Flansches eines Stahlträgers, wie es sich aus einer FE-Berechnung ergibt. Die Übertragung in ein Fließlinienmodell (Bild 3) gelingt unter den folgenden Annahmen und Voraussetzungen:

1. Sämtliche verformte Flächen sind ebene Dreiecke mit einer Ecke im Zentrum der Schraubenachse.
2. Die grau dargestellten Flächen bleiben unverdreht.
3. Die Verformungen sind klein.

Das Modell entspricht der Situation, die nach DIN EN 1993-1-8 [8] Tabelle 6.4 mit „nicht kreisförmiges Fließmuster" bezeichnet wird. Man erkennt unmittelbar die Schwierigkeit, die gegenseitige Verdrehung entlang der Fließlinien zu bestimmen. Einzig der Winkel $\theta_{0,1}$ für die Fließlinie entlang des Steges parallel zur Achse e_3 lässt sich aus der Verformung Δ_3 und den geometrischen Verhältnissen durch einfache geometrische Beziehungen herleiten.

Bild 4 links zeigt dieses Fließlinienmuster und die für die folgenden Berechnungen erforderliche Nummerierung

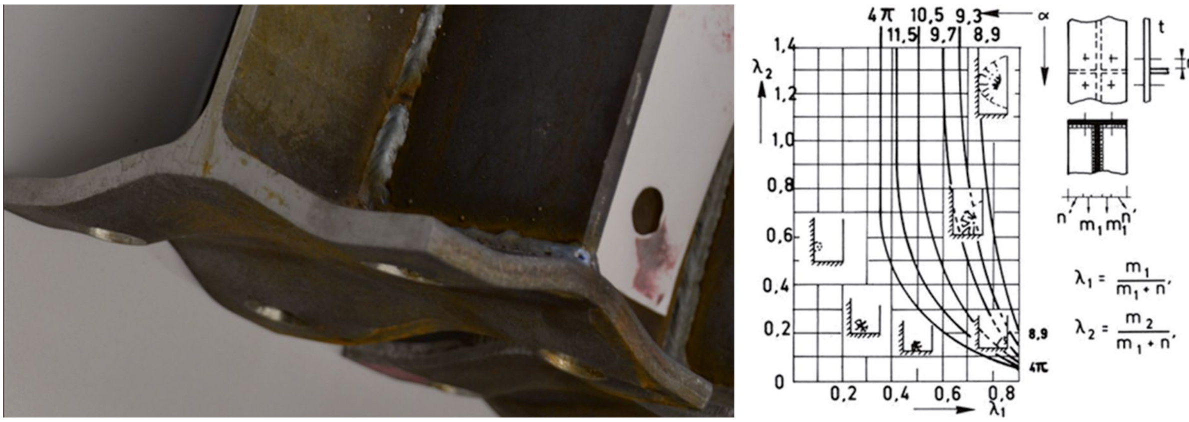

Bild 1. Versuchskörper mit plastischer Verformung der Stirnplatte und Diagramm zur Ermittlung der effektiven Länge nach [4]
Fig. 1. Specimen with plastic deformations of the end plate and chart to determine the effective length according to [4]

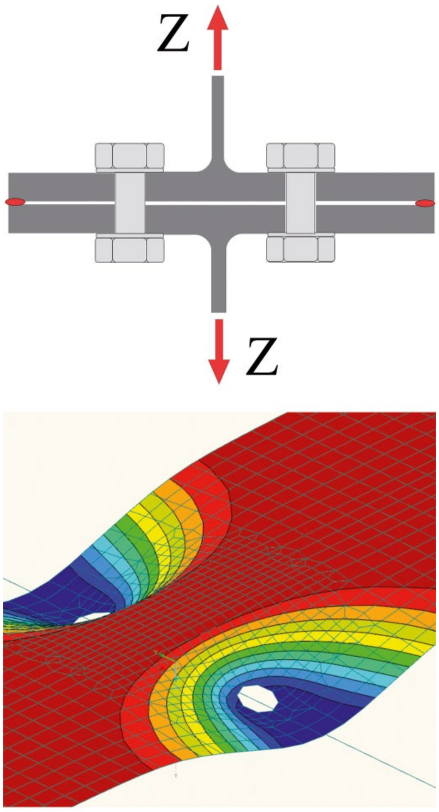

Bild 2. T-Stummel beansprucht mit zwei Schrauben mit der Zugkraft Z und Verformung im Traglastzustand (FE-Berechnung)
Fig. 2. T-stub with two bolts under tension force Z and collapse shape (FE-simulation)

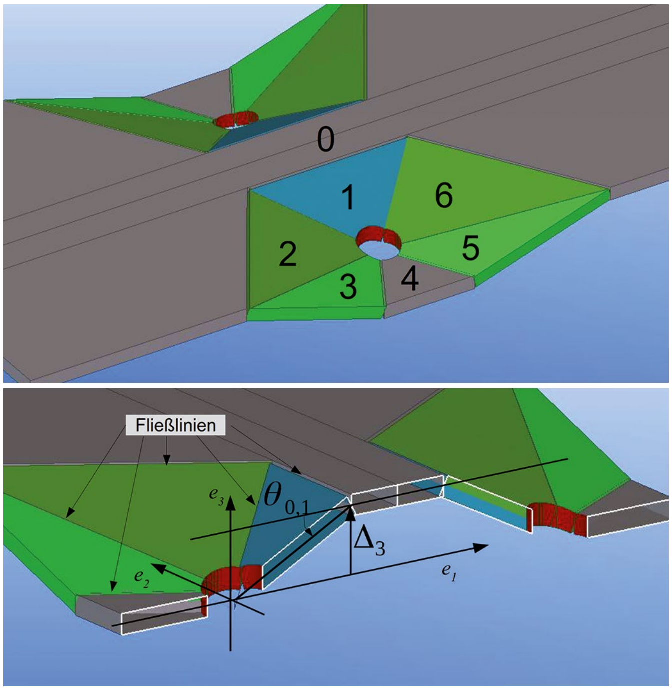

Bild 3. Fließlinienmuster im Flansch eines Stützenflansches zur Abbildung des Traglastzustandes
Fig. 3. Yield line pattern of a column flange to simulate the collapse shape

der Knoten und die später verwendeten Achsen. Im mittleren Bild wurden die Fließlinien und die Flächen nummeriert. Aufgrund der vorhandenen Symmetrie wird im Folgenden nur der halbe T-Stummel betrachtet, der folglich auch nur durch Z/2 beansprucht wird.

Bild 4 rechts zeigt den dazu „äquivalenten T-Stummel“. Dort werden alle neun Fließlinien in ihrer Wirkung auf die beiden äquivalenten Fließlinien $l_{eff,1}$ und $l_{eff,2}$ mit jeweils der gleichen Fließlinienlänge l_{eff} übertragen. Beide Modelle sind gleichwertig, wenn Gleichgewicht zwischen den äußeren und inneren Kräften festgestellt werden kann. Bei der Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen wird die Fließgelenk- bzw. Fließlinientheorie angewandt. Dies kann einerseits mit der Schnittmethode und dem direkten Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen jedes Einzelteils erfolgen oder mithilfe des Prinzips der virtuellen Verrückung (PdvV). Beide Methoden führen zum gleichen Ergebnis.

Während die klassische Schnittmethode für den äquivalenten T-Stummel noch möglich ist (Bild 4 rechts), kann das Fließlinienmuster links praktisch nur mittels des PdvV betrachtet werden.

3 Prinzip der virtuellen Verrückung

Das Prinzip der virtuellen Verrückung ist allgemein bekannt und besteht darin, eine virtuelle Verformung anzunehmen, bei der die inneren und äußeren Kräfte virtuelle Arbeit verrichten. Gleichgewicht herrscht, wenn die

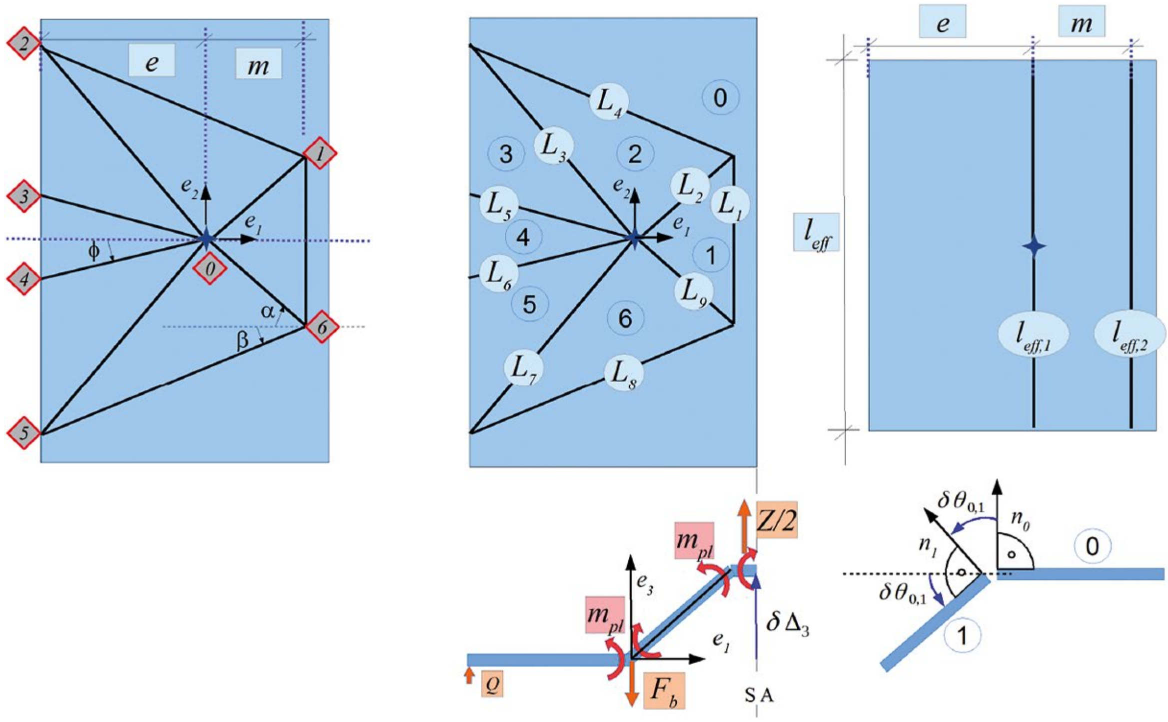

Bild 4. Fließlinienmuster und Nummerierung von Knoten, Linien und Flächen im Vergleich mit dem äquivalenten T-Stummel (Modus 1), innere Kräfte und Geometrie der Verformung
Fig. 4. Yield line pattern, numbering of knots, lines and surfaces compared with the equivalent T-stub (Mode 1), internal forces and geometry of the deflection

Summe der virtuellen Arbeiten gleich 0 ist. Die virtuelle Verformung muss dabei geometrisch verträglich sein. Deshalb wird für diese virtuelle Verformung das oben bereits vorgestellte Fließlinienmuster verwendet, für das diese Bedingung erfüllt ist. Als Vorgabe wird der virtuelle Verschiebungsvektor wie folgt vorgegeben: $\delta\vec{\Delta} = \{0, 0, \delta\Delta_3\}$. Die äußere virtuelle Arbeit entspricht formell dem Skalarprodukt zwischen dem Kraftvektor der äußeren Kraft $\vec{Z} = \{0, 0, Z/2\}$ und dem virtuellen Verschiebungsvektor, was in diesem Fall zum einfachen Produkt $\frac{Z}{2}\delta\Delta_3$ führt. Außerdem entstehen durch diese virtuelle Verformung entlang der Fließlinien m virtuelle Verdrehwinkel $\delta\theta_{m(i,j)}$ jeweils zwischen den Flächen i und j, an denen das innere plastische Moment m_{pl} Arbeit verrichtet. Daraus lässt sich nach dem PdvV die folgende Bedingung ableiten:

$$0 = \frac{Z}{2} \cdot \delta\Delta_3 - m_{pl} \cdot \sum_m L_m \delta\theta_{m(i,j)} \tag{1}$$

Nun müssen die geometrischen Zusammenhänge zwischen $\delta\Delta_3$ und $\delta\theta_{m(i,j)}$ eingearbeitet werden.

Dazu wird der Umstand ausgenutzt, dass die Verhältnisse zwischen den einzelnen Verdrehwinkeln der Flächen i, j und dem Verdrehwinkel $\theta_{0,1}$ zwischen der Bezugsfläche i = 1 und der unverformten Fläche j = 0 für kleine Verformungen $\delta\Delta_3$ als konstant angenommen werden können. Der letzte Term in Gl. 1 kann deshalb wie folgt geschrieben werden:

$$\sum_m L_m \delta\theta_{m(i,j)} = \left(\sum_m L_m \frac{\theta_{m(i,j)}}{\theta_{0,1}}\right)\delta\theta_{0,1} \tag{2}$$

Setzt man Gl. 2 in Gl. 1 ein, so erhält man den folgenden Ausdruck:

$$0 = \frac{Z}{2} \cdot \delta\Delta_3 - m_{pl} \cdot \left(\sum_m L_m \frac{\theta_{m(i,j)}}{\theta_{0,1}}\right)\delta\theta_{0,1} \tag{3}$$

Wendet man nun das gleiche Prinzip am äquivalenten T-Stummel an, so führt das auf den folgenden Ausdruck:

$$0 = \frac{Z}{2} \cdot \delta\Delta_3 - 2m_{pl} l_{eff} \delta\theta_{0,1} \tag{4}$$

Durch Subtraktion der beiden Gln. 3 und 4 erhält man die Bestimmungsgleichung für l_{eff}:

$$\rightarrow l_{eff} = \frac{1}{2} \cdot \sum_m L_m \frac{\theta_{m(i,j)}}{\theta_{0,1}} \tag{5}$$

Die Winkel $\theta_{i,j}$ lassen sich leicht mithilfe der Vektorgeometrie bestimmen. Anschaulich entsprechen die Verhältniswerte der Winkel in Gl. 5 einer Gewichtung der jeweiligen Fließlinie L_m. Der Beitrag von m_{pl} zur virtuellen Arbeit entlang dieser Linien steht im selben Verhältnis zur virtuellen Arbeit von m_{pl} entlang der Fließlinie L_1 und dem virtuellen Winkel $\delta\theta_{0,1}$.

4 Vektorgeometrie und Winkel zwischen zwei Ebenen

Der Winkel zwischen zwei Flächen entlang einer gemeinsamen Kante entspricht dem Winkel zwischen den Flächennormalen (siehe Bild 4). Sind diese Normalen in Vektorschreibweise bekannt, so kann der Cosinus des gegenseitigen Verdrehwinkels $\theta_{i,j}$ zweier benachbarter Flächen i und j mithilfe des Skalarproduktes der entsprechenden Flächennormalen $\vec{n}$ berechnet werden:

$$\cos\theta_{i,j} = \frac{\vec{n_i} \cdot \vec{n_j}}{|\vec{n_i}| \cdot |\vec{n_j}|} \tag{6}$$

Dabei ist zu beachten, dass die Normalenvektoren durch Division der Vektorbeträge auf die Länge 1 normiert werden müssen. Die Flächennormale dieser Flächen erhält man mithilfe des Kreuzproduktes aus zwei der drei Linienvektoren, durch welche die Dreiecksflächen aufgespannt werden:

$$\vec{n_i} = \vec{L_m} \times \vec{L_n} = \det \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ x_{m,1} & x_{m,2} & x_{m,3} \\ x_{n,1} & x_{n,2} & x_{n,3} \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{m,2} \cdot x_{n,3} - x_{m,3} \cdot x_{n,2} \\ x_{m,3} \cdot x_{n,1} - x_{m,1} \cdot x_{n,3} \\ x_{m,1} \cdot x_{n,2} - x_{m,2} \cdot x_{n,1} \end{Bmatrix} \tag{7}$$

Die Linienvektoren erhält man wiederum aus zwei von drei Ortsvektoren P_k und P_l der Eckpunkte einer Fläche und dem Verschiebungsvektor $\vec{\Delta} = \{0, 0, \Delta_3\}$ (siehe Bild 3):

$$\vec{L_m} = \vec{P_k} - \vec{P_l} + \vec{\Delta} \tag{8}$$

Prinzipiell funktioniert dieses Verfahren mit einem beliebig gewählten Koordinatensystem. Die Berechnung lässt sich leicht programmieren und auf beliebige Fließmuster übertragen. Im Rahmen dieses Beitrages werden der Koordinatenursprung im Zentrum der Schraube und die e_2-Achse parallel zur Trägerachse angenommen (Bild 3 und Bild 4). Dadurch ergeben sich besonders einfache mathematische Ausdrücke. Im Folgenden wird dies exemplarisch für die Flächen 1, 2 und 3 demonstriert. Die Übertragung auf die anderen Flächen erfolgt sinngemäß.

Tabelle 1. Ortsvektoren der Knotenpunkte und Verschiebungsvektor
Table 1. Vector definitions of knots and vector of deflection

Pos	e1	e2	e3
P_0	0	0	0
P_1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	0
P_2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	0
P_3	$x_{2,1}$	$x_{3,2}$	0
P_4	$x_{2,1}$	$-x_{3,2}$	0
P_5	$x_{2,1}$	$-x_{2,2}$	0
P_6	$x_{1,1}$	$-x_{1,2}$	0
Δ	0	0	Δ_3

Tabelle 2. Linienvektoren der Fließlinien
Table 2. Vector definitions of the yield lines

$$\vec{\Delta} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta_3 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{L}_2 = \vec{P}_1 - \vec{P}_0 + \vec{\Delta} = \begin{Bmatrix} x_{1,1} \\ x_{1,2} \\ \Delta_3 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{L}_3 = \vec{P}_2 - \vec{P}_0 + \vec{\Delta} = \begin{Bmatrix} x_{2,1} \\ x_{2,2} \\ \Delta_3 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{L}_5 = \vec{P}_3 - \vec{P}_0 + \vec{\Delta} = \begin{Bmatrix} x_{2,1} \\ x_{3,2} \\ \Delta_3 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{L}_9 = \vec{P}_6 - \vec{P}_0 + \vec{\Delta} = \begin{Bmatrix} x_{1,1} \\ -x_{1,2} \\ \Delta_3 \end{Bmatrix}$$

Tabelle 1 enthält die Ortsvektoren der Eckpunkte P im unverformten System (e_3-Komponente gleich 0) und in der letzten Zeile den senkrecht dazu angenommenen Verschiebungsvektor $\vec{\Delta}$ mit nur einer Komponente Δ_3 in der e_3-Richtung. Die Linienvektoren in Tabelle 2 können mithilfe dieser Ortsvektoren gemäß Gl. 8 durch Addition der Vektorkomponenten berechnet werden. Daraus können wiederum die Normalenvektoren der verdrehten Flächen durch Anwendung des Kreuzproduktes gemäß Gl. 7 ermittelt werden.

Der Normalenvektor für alle unverdrehten Flächen kann ohne weiteres direkt angegeben werden:

$$\vec{n_0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad |\vec{n_0}| = 1$$

Die Fläche 1 hat eine besondere Bedeutung, da sie als einzige Fläche eine Gelenklinie parallel zu den Fließlinien des äquivalenten T-Stummels besitzt. Aufgrund der geschickten Wahl des Koordinatensystems – diese Gelenklinie verläuft parallel zur y-Achse – ergeben sich für diese Fläche besonders einfache Ausdrücke:

$$\vec{n_1} = \vec{L_9} \times \vec{L_2} = \det \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ x_{1,1} & -x_{1,2} & \Delta_3 \\ x_{1,1} & x_{1,2} & \Delta_3 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_3\left(-x_{1,2} - x_{1,2}\right) \\ \Delta_3\left(x_{1,1} - x_{1,1}\right) \\ \left(x_{1,1}x_{1,2} + x_{1,2}x_{1,1}\right) \end{Bmatrix}$$

was sich weiter vereinfachen lässt zu:

$$\vec{n_1} = \vec{L_9} \times \vec{L_2} = 2\begin{Bmatrix} -\Delta_3 x_{1,2} \\ 0 \\ x_{1,1}x_{1,2} \end{Bmatrix} \quad \text{mit} \quad |\vec{n_1}| = 2\sqrt{\Delta_3^2 x_{1,2}^2 + x_{1,1}^2 x_{1,2}^2}$$

Die Flächennormalen der übrigen Dreiecksflächen und deren Beträge werden wie folgt berechnet:

$$\overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{L_3} \times \overrightarrow{L_2} = \det \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \Delta_3 \\ x_{1,1} & x_{1,2} & \Delta_3 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_3\left(x_{2,2} - x_{1,2}\right) \\ \Delta_3\left(x_{1,1} - x_{2,1}\right) \\ \left(x_{2,1}x_{1,2} - x_{2,2}x_{1,1}\right) \end{Bmatrix}$$

$$\left|\overrightarrow{n_2}\right| = \sqrt{\Delta_3^2\left(x_{2,2} - x_{1,2}\right)^2 + \Delta_3^2\left(x_{1,1} - x_{2,1}\right)^2 + \left(x_{2,1}x_{1,2} - x_{2,2}x_{1,1}\right)^2}$$

$$\overrightarrow{n_3} = \overrightarrow{L_5} \times \overrightarrow{L_3} = \det \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ x_{2,1} & x_{3,2} & \Delta_3 \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \Delta_3 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_3\left(x_{3,2} - x_{2,2}\right) \\ 0 \\ \left(x_{2,1}x_{2,2} - x_{3,2}x_{2,1}\right) \end{Bmatrix}$$

$$\left|\overrightarrow{n_3}\right| = \sqrt{\Delta_3^2\left(x_{3,2} - x_{2,2}\right)^2 + \left(x_{2,1}x_{2,2} - x_{3,2}x_{2,1}\right)^2}$$

… analog für alle weiteren Flächen …

Der Cosinus des Winkels zwischen den Flächen kann nun mithilfe des Skalarproduktes (Gl. 6) berechnet werden. Der gesuchte Winkel ergibt sich dann aus der Umkehrfunktion:

$$\cos\theta_{i,j} = \frac{n_{i,1}n_{j,1} + n_{i,2}n_{j,2} + n_{i,3}n_{j,3}}{\left|n_i\right|\left|n_j\right|}$$

Für die Bezugsfläche 1 ergibt sich die folgende Formel:

$$\cos\theta_{0,1} = \frac{x_{1,1}x_{1,2}}{\sqrt{\Delta_3^2 x_{1,2}^2 + x_{1,1}^2 x_{1,2}^2}} = \frac{x_{1,1}}{\sqrt{\Delta_3^2 + x_{1,1}^2}}$$

Für die Bestimmung des Winkels zwischen der Fläche 1 und der Fläche 2 folgt:

$$\cos\theta_{1,2} = \frac{\Delta_3^2 x_{1,2}\left(x_{2,2} - x_{1,2}\right) + x_{1,1}x_{1,2}\left(x_{2,1}x_{1,2} - x_{2,2}x_{1,1}\right)}{\left|n_1\right| \cdot \left|n_2\right|}$$

Für die Bestimmung des Winkels zwischen der Fläche 2 und der Fläche 3 folgt:

$$\cos\theta_{2,3} = \frac{\Delta_3^2\left[\left(x_{2,2} - x_{1,2}\right)\left(x_{3,2} - x_{2,2}\right)\right] + \left(x_{2,1}x_{1,2} - x_{2,2}x_{1,1}\right)\left(x_{3,1}x_{2,2} - x_{3,2}x_{2,1}\right)}{\left|n_2\right| \cdot \left|n_3\right|}$$

Für die Bestimmung der übrigen Winkel ist analog vorzugehen.

Bildet man nun Verhältniswerte $\theta_{i,j}/\theta_{0,1}$, so können diese Ergebnisse in Gl. 3 verwendet werden. Es ist zu beachten, dass die oben vorgestellte Vorgehensweise auf die exakten Winkelbeziehungen zwischen den Ebenen führt. Bei großen Winkeln kann nicht mehr von konstanten Verhältniswerten $\theta_{i,j}/\theta_{0,1}$ ausgegangen werden. Deshalb muss für eine numerische Auswertung der Wert für Δ_3 gegenüber den Abmessungen m und e hinreichend klein gewählt werden. Bei eigenen Studien hat sich gezeigt, dass dies bereits bei Werten von $\Delta_3 < 0{,}1$ m zu ausreichend konstanten Verhältniswerten führt.

5 Minimalprinzip zur Bestimmung der geometrischen Freiheitsgrade

Die tatsächliche Form der Fließmuster hängt von der Wahl der drei Winkel α, β und ϕ und dem Abstand m ab. Um eine Vergleichbarkeit von späteren Berechnungsergebnissen zu gewährleisten wird m gemäß DIN EN 1993-1-8 [8] festgelegt. Zur Bestimmung der Winkel wird das Traglastprinzip auf Gl. 1 angewendet, ohne dies hier explizit abzuleiten. Tatsächlich wird sich demnach immer das Fließmuster ausbilden, welches zum kleinsten Wert von Z führt, beziehungsweise zur kleinsten effektiven Länge l_{eff}. Die Winkel α, β und ϕ können dazu iterativ bestimmt werden.

6 Beispiel

Die oben beschriebene Vorgehensweise soll anhand eines HEA-180-Profils aus S235 ($f_y = 23{,}5$ kN/cm²) (Bild 5) demonstriert werden. Die Verbindung wird mit HV-Schrauben M16 der Festigkeitsklasse 10.9 mit einer Grenzzugtragfähigkeit von $F_{t,Rd} = 113$ kN je Schraube ausgebildet. Als Reißmaß werden 100 mm zugrunde gelegt, was für den betrachteten Querschnitt zu m = 35 mm und e = 40 mm führt. Die Tragfähigkeit gemäß DIN EN 1993-1-8 [8] durch den kleinsten Wert aus dem Versagensmuster nach Modus 1, nach Modus 2 oder der Grenztragfähigkeit der Schrauben bestimmt. Das entsprechende Fließmuster für Modus 2 ist in Bild 6 dargestellt.

Die Grenztragfähigkeit ergibt sich aus dem kleinsten der folgenden Werte und ist in Bild 7 dargestellt:

Modus 1 : $Z_{Rd} = \frac{4\ Mpl}{m}$

Modus 2: $Z_{Rd} = \frac{2\ Mpl + 2\ F_{t,Rd}}{m + e}$

Schraubenversagen: $Z_{Rd} = 2\ F_{t,Rd}$

Die in Tabelle 3 angegebenen Winkel für Modus 1 und Modus 2 führen auf die entsprechenden Koordinaten der Fließlinienmuster (siehe Bild 8). Gemäß der Rechenregeln oben ergeben sich unter der Annahme von $\Delta_3 = 0{,}1$ m = 3,5 mm die für Modus 1 und Modus 2 aufgeführten Winkel ϕ_m. Die vorletzte Spalte enthält die tatsächliche Fließ-

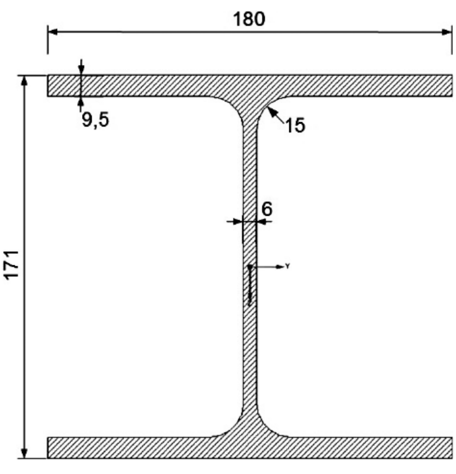

Bild 5. Abmessungen HEA 180
Fig. 5. Dimensions HEA 180

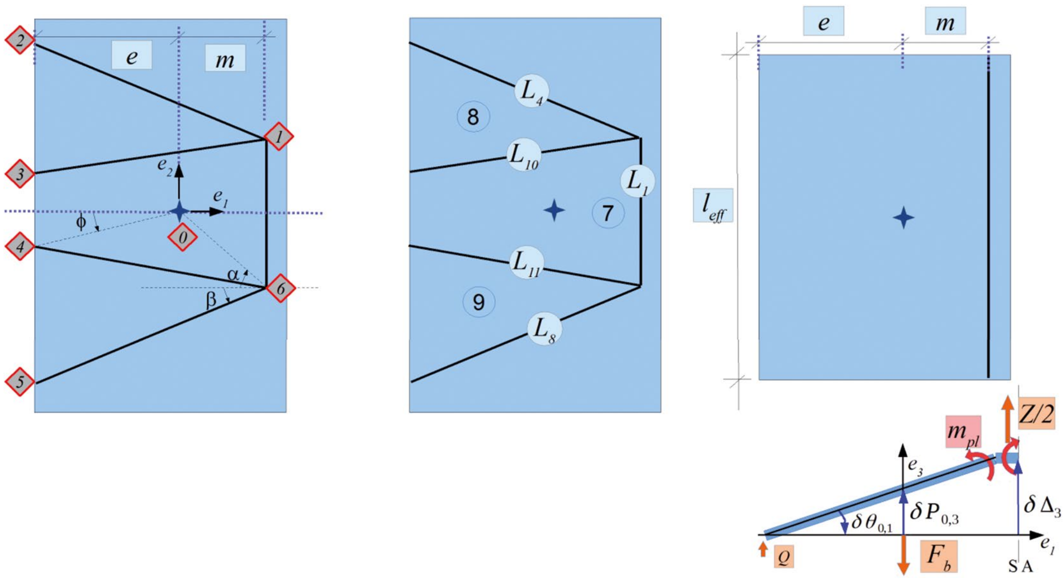

Bild 6. Fließlinienmuster und Nummerierung von Knoten, Linien und Flächen im Vergleich mit dem äquivalenten T-Stummel (Modus 2), innere Kräfte und Geometrie der Verformung
Fig. 6. Yield line pattern, numbering of knots, lines and surfaces compared with the equivalent T-stub (Mode 2), internal forces and geometry of the deflection

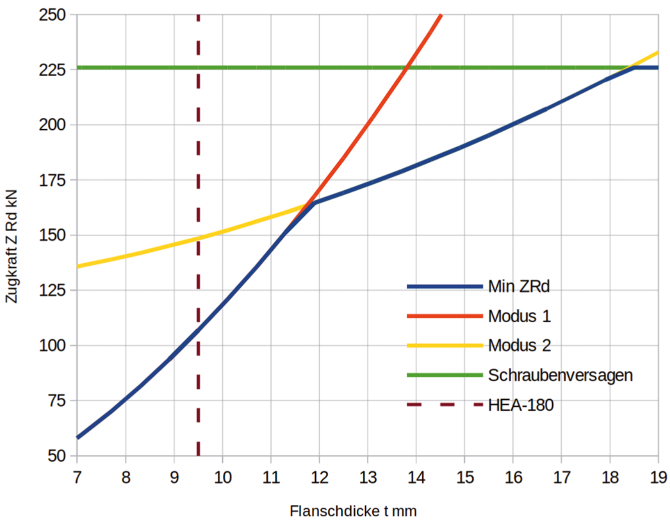

Bild 7. Grenztragfähigkeit Z_{Rd} für den T-Stummel in Abhängigkeit der Flanschdicke t.
Fig. 7. Ultimate load Z_{Rd} versus thickness t of the flange for the T-stub

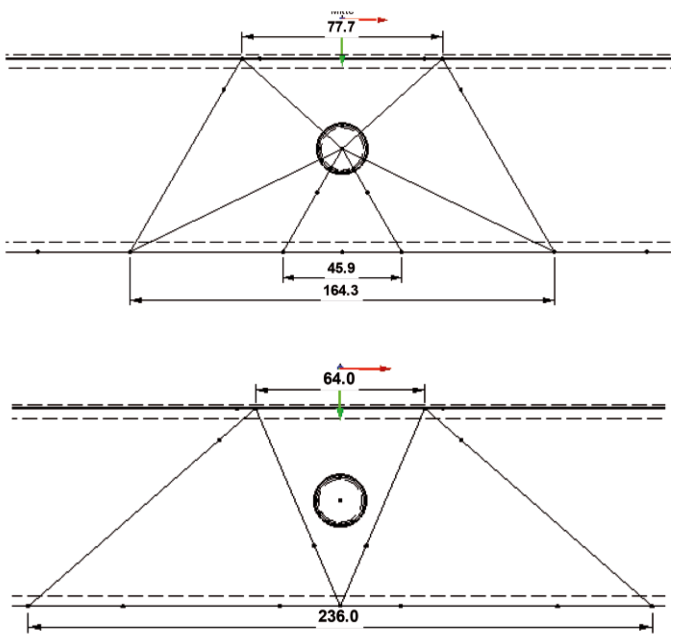

Bild 8. Fließmuster, oben für Modus 1 und unten für Modus 2
Fig. 8. Yield Pattern, top for Mode 1 and bottom for Mode 2

linienlänge und die letzte Spalte den gewichteten Wert. Die Summe der letzten Spalte entspricht 2 l_{eff} (siehe Gl. 5), daher wurde das Ergebnis für eine bessere Vergleichbarkeit halbiert.

Der Vergleichswert nach DIN EN 1993-1-8 [8] für diesen Fall ist in der letzten Zeile angegeben.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Die Berechnung der Fließmuster für den Versagenszustand von Flanschverbindungen gelingt mithilfe der Vektorgeometrie und der Anwendung des Prinzips der virtuellen Verrückung (PdvV). Dadurch wird es möglich, den empirischen Formeln von DIN EN 1993-1-8 [8] einen mechanisch nachvollziehbaren Hintergrund zu geben. Die in diesem Beitrag vorgestellte Methode ermöglicht es, beliebige Fließmuster zu untersuchen, ohne auf umfangreiche FE-Parameterstudien oder gar auf Versuche zurückgreifen zu müssen. Die Übertragung auf Fließmuster an Aussteifungsrippen oder für mehrere Schrauben in einer Reihe ist möglich.

Dieser Beitrag ist der erste einer Reihe von Beiträgen zur Mechanik des T-Stummels. In einem folgenden Beitrag wird die Bedeutung des plastischen Momentes entlang einer Fließlinie beleuchtet. Durch die behinderte Querdehnung ergeben sich im Vergleich zur Balkenanalogie nämlich größere Widerstände. Vor allem bei der Beurteilung von FE-Berechnungen im Vergleich mit den Ergebnissen einer Bemessung nach DIN EN 1993-1-8 ist dies von Bedeutung.

Tabelle 3. Berechnung der effektiven Länge l_{eff} für die Fließlinienmuster nach Bild 4 für Modus 1 und Bild 6 für Modus 2
Table 3. Calculation of l_{eff} for the yield line pattern according to Fig. 4 for Mode 1 and according to Fig. 6 for Mode 2

Vorgaben:		
	M1	M2
α	48	42
β	30	49
ϕ	35	0

Koordinaten der Eckpunkte			
	Modus 1 mm		
P	e1	e2	e3
0	0	0	0
1	35	39	3,5
2	-40	82	3,5
3	-40	23	0
4	-40	-23	0
5	-40	-82	3,5
6	35	-39	3,5

Koordinaten der Eckpunkte			
	Modus 2 mm		
P	e1	e2	e3
0	0	0	0
1	35	32	3,5
2	-40	118	3,5
3	-40	0	0
4	-40	0	0
5	-40	-118	3,5
6	35	-32	3,5

Modus 1

Linie	Fläche i	Fläche j	$\phi_{m(l,l)}$	ϕ_m °	$\phi_m/\phi_{0,1}$	L mm	l_{eff} mm
l1	n0	n1	0,1	5,71	1	78	78
l2	n1	n2	0,09	5,05	0,88	52	46
l3	n2	n3	0	0,02	0	91	0
l4	n0	n2	0,07	3,91	0,69	87	59
l5	n3	n0	0,07	3,9	0,68	46	31
l6	n0	n5	0,07	3,9	0,68	46	31
l7	n5	n6	0	0,02	0	91	0
l8	n0	n6	0,07	3,91	0,69	87	59
l9	n6	n1	0,09	5,05	0,88	52	46
					Summe /2		176

Modus 2

Linie	Fläche i	Fläche j	$\phi_{m(l,l)}$	ϕ_m °	$\phi_m/\phi_{0,1}$	L mm	l_{eff} mm
l1	n0	n7	0,05	2,67	1	63	63
l4	n0	n8	0,05	2,59	0,97	114	111
l10	n7	n8	0,03	1,84	0,69	81	56
l11	n7	n9	0,03	1,84	0,69	81	56
l8	n0	n9	0,05	2,59	0,97	114	111
					Summe /2		199
	Vergleichswert nach DIN EN 1993-1-8: 4m + 1,25 e =						190

Literatur

[1] *Zoetemeijer, P.*: A design method for the tension side of statically loaded, bolted beam-to-column connections. Heron 20 (1974), No. 1, Technische Hogeschool Delft.

[2] Biegesteife Stirnplatten-Verbindungen mit hochfesten vorgespannten Schrauben: DAST-Ringbuch. DASt/DSTV 1978.

[3] *Tschemmernegg, F., Tautschnig, A., Kleine, H., Braun, C., Humer, C.*: Zur Nachgiebigkeit von Rahmenknoten. Stahlbau 56 (1987), H. 10, S. 299–306.

[4] *Bijlaard, F. S. K., Nethercot, D. A., Stark, J. W. B.*: Structural properties of semi-rigid joints in steel frames. IABSE (1989), H. 13, S. 42–89.

[5] *Gebbeken, N., Binder, B., Rothert, H.*: Zur numerischen Analyse von Kopfplatten-Verbindungen. Stahlbau 61 (1992), H. 9, S. 265–274.

[6] *Jaspart, J. P.*: Recent advances in the field of steel joints, column bases and further configurations for beam-to-column joints and beam splices Thèse d'agrégé de l'ensignement supérieur. Liège University, 1997.

[7] *Ungermann, Schneider, Feldmann, Müller, Oberegge, Hockelmann, Ritterbusch*: Entwicklung eines Bemessungsmodells für geraubte, momententragfähige Kopfplattenverbindungen mit 4 Schrauben in einer Schraubenreihe auf Grundlage der prEN 1993–8:2003. DAST-Forschungsbericht (3/2009).

[8] DIN EN 1993-1-8: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen. Dez. 2010.

Autor dieses Beitrages:
Prof. Dr.-Ing. Ralf Steinmann
Honorarprofessor der TU-Darmstadt
Heinrich-Delp-Straße 83
64297 Darmstadt
ralf.steinmann@stpbst.de